Prof. Dr. Alfred Toth

Einbettungsrelationen topologischer semiotischer Relationen

1. In Toth (2019) hatten wir argumentiert, daß die Definition der drittheitlichen Trichotomie überflüssig und zudem inkonsistent ist, weil sie erstens die logische Subjektposition repräsentiert, aber von Peirce, Bense und Walther (1979) topologisch und logisch definiert wird. Zweitens weil der Zusammenhang von Zeichen ein Problem einer Zeichensyntax ist, aber keine Eigenschaft des Zeichens selbst (vgl. Klaus 1962). Bense selbst hatte das Zeichen wiederholt rein mathematisch definiert, so etwa kategorietheoretisch in (1979, S. 53 u. 67) oder zahlentheoretisch in (1981, S. 17 ff.). Drittens lassen sich die ersten zwei Trichotomien durch

(x.1): $Z = f(\Omega)$

(x.2): $Z = f(\omega, t)$

(x.3): $Z \neq f(\Omega)$

mit $x \in (1, 2)$ definieren, was jedoch für die dritte Trichotomie nicht möglich ist, da der Zusammenhang von Zeichen keine Funktion des Objektes, sondern eine solche einer Menge von Zeichen ist

$Z = f((Z))$.

Für den Trivialfall, daß die Menge aus dem Zeichen selbst besteht, gilt dann natürlich

$Z = f(Z)$.

Es genügt also völlig, von der semiotischen 2×3-Teilmatrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3

auszugehen und jedes Subzeichen der Form

$S = (x.y)$

mit $x \in (1, 2)$ und $y \in (1, 2, 3)$

durch

$(x.1) = f(\Omega)$

$(x.2) = f(\omega, t)$

$(x.3) \neq f(\Omega)$

zu definieren. Ein offener Konnex kann dann definiert werden durch

(x.y),

ein abgeschlossener Konnex durch

(x.y] oder [x.y)

und ein vollständiger Konnex durch

[x.y].

2. Bekanntlich wurde die auf der 3×3-Matrix definierte triadisch-trichotomische Zeichenrelation Benses (vgl. Bense 1975, S. 37) als eine „verschachtelte Relation" bzw. als eine „Relation über Relationen" durch Bense (1979, S. 53 u. 67) wie folgt eingeführt

$Z^{3,3} = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$,

d.h. jede Teilrelation der Stufe $n = 1$ ist in den Teilrelationen der Stufen $n > 1$ eingebettet.

Gehen wir also aus von

$Z^{2,3} = ((w.x), (y.z))$

und setzen $(w.x) = A$ und $(y.z) = B$,

dann können wir auch die dyadisch-trichotomische Zeichenrelation als Relation über Relationen darstellen, und zwar auf vierfache Weise

$Z^{2,3} = ((A), B) = (((w.x)), (y.z))$

$Z^{2,3} = ((B), A) = (((y.z)), (w.x))$

$Z^{2,3} = (A, (B)) = ((w.x), ((y.z)))$

$Z^{2,3} = (B, (A)) = ((y.z), ((w.x)))$.

Damit haben wir jedoch unerwartet eine Isomorphie zwischen der in Toth (2015) ebenfalls auf vierfache Weise darstellbaren Logik L* und $Z^{2,3}$ gefunden. Will man nämlich die Reflexionsidentität der klassischen 2-wertigen aristotelischen Logik

$L = (0, 1)$

aufheben, ohne das Gesetz des Tertium non datur zu verletzen, so kann man dies durch Einführung eines Einbettungsoperators E mit

$E: \quad x \to (x)$

tun. Dadurch erhält man folgende Abbildung

$L \to L^* = (((0), 1), ((1), 0), (0, (1)), (1, (0))),$

und damit

$Z^{2,3} \cong L^*,$

d.h. L* ist vermöge dieser Isomorphie eine TOPOLOGISCHE LOGIK, und vor allem stellt L* die logische Grundlage für $Z^{2,3}$ dar – ein alles anderes als triviales Ergebnis, wenn man sich den über Jahrzehnte hinziehenden Streit in Erinnerung ruft, der, bereits mit Peirce beginnend, sich um die Fragen drehte

1. Begründet die Logik die Semiotik – oder umgekehrt?

2. Welche Logik kann überhaupt eine Semiotik begründen bzw. wie paßt die 2-wertige Logik zur 3-wertigen Semiotik?

Vermöge der Isomorphie $Z^{2,3} \cong L^*$ stellt sich die 1. Frage nicht mehr: Die topologische dyadisch-trichotomische Semiotik begründet L*, und umgekehrt begründet L* die ihr isomorphe Semiotik. Wegen der durch E ermöglichten 4 differenten logischen Relationen in L* entfällt auch die 2. Frage und mit ihr das Problem der verschiedenen Wertigkeiten von Logik und Semiotik.

Die 36 möglichen dyadisch-trichotomischen semiotischen Relationen

(1.1, 2.1)	(1.1, 2.1]	[1.1, 2.1)	[1.1, 2.1]
(1.1, 2.2)	(1.1, 2.2]	[1.1, 2.2)	[1.1, 2.2]
(1.1, 2.3)	(1.1, 2.3]	[1.1, 2.3)	[1.1, 2.3]
(1.2, 2.1)	(1.2, 2.1]	[1.2, 2.1)	[1.2, 2.1]

(1.2, 2.2)	(1.2, 2.2]	[1.2, 2.2)	[1.2, 2.2]
(1.2, 2.3)	(1.2, 2.3]	[1.2, 2.3)	[1.2, 2.3]
(1.3, 2.1)	(1.3, 2.1]	[1.3, 2.1)	[1.3, 2.1]
(1.3, 2.2)	(1.3, 2.2]	[1.3, 2.2)	[1.3, 2.2]
(1.3, 2.3)	(1.3, 2.3]	[1.3, 2.3)	[1.3, 2.3]

müssen somit je 4-fach ausdifferenziert werden. Dadurch erhält man also 144 durch E differenzierbare topologische semiotische Relationen

(1.1, 2.1)	→	((1.1), 2.1)	(1.1, (2.1))	((2.1), 1.1)	(2.1, (1.1))
(1.1, 2.1]	→	((1.1), 2.1]	(1.1, (2.1)]	((2.1), 1.1]	(2.1, (1.1)]
[1.1, 2.1)	→	[(1.1), 2.1)	[1.1, (2.1))	[(2.1), 1.1)	[2.1, (1.1))
[1.1, 2.1]	→	[(1.1), 2.1]	[1.1, (2.1)]	[(2.1), 1.1]	[2.1, (1.1)]
(1.1, 2.2)	→	((1.1), 2.2)	(1.1, (2.2))	((2.2), 1.1)	(2.2, (1.1))
(1.1, 2.2]	→	((1.1), 2.2]	(1.1, (2.2)]	((2.2), 1.1]	(2.2, (1.1)]
[1.1, 2.2)	→	[(1.1), 2.2)	[1.1, (2.2))	[(2.2), 1.1)	[2.2, (1.1))
[1.1, 2.2]	→	[(1.1), 2.2]	[1.1, (2.2)]	[(2.2), 1.1]	[2.2, (1.1)]
(1.1, 2.3)	→	((1.1), 2.3)	(1.1, (2.3))	((2.3), 1.1)	(2.3, (1.1))
(1.1, 2.3]	→	((1.1), 2.3]	(1.1, (2.3)]	((2.3), 1.1]	(2.3, (1.1)]
[1.1, 2.3)	→	[(1.1), 2.3)	[1.1, (2.3))	[(2.3), 1.1)	[2.3, (1.1))
[1.1, 2.3]	→	[(1.1), 2.3]	[1.1, (2.3)]	[(2.3), 1.1]	[2.3, (1.1)]
(1.2, 2.1)	→	((1.2), 2.1)	(1.2, (2.1))	((2.1), 1.2)	(2.1, (1.2))
(1.2, 2.1]	→	((1.2), 2.1]	(1.2, (2.1)]	((2.1), 1.2]	(2.1, (1.2)]
[1.2, 2.1)	→	[(1.2), 2.1)	[1.2, (2.1))	[(2.1), 1.2)	[2.1, (1.2))
[1.2, 2.1]	→	[(1.2), 2.1]	[1.2, (2.1)]	[(2.1), 1.2]	[2.1, (1.2)]
(1.2, 2.2)	→	((1.2), 2.2)	(1.2, (2.2))	((2.2), 1.2)	(2.2, (1.2))
(1.2, 2.2]	→	((1.2), 2.2]	(1.2, (2.2)]	((1.2), 2.2]	(1.2, (2.2)]

[1.2, 2.2)	→	[(1.2), 2.2)	[1.2, (2.2))	[(2.2), 1.2)	[2.2, (1.2))
[1.2, 2.2]	→	[(1.2), 2.2]	[1.2, (2.2)]	[(2.2), 1.2]	[2.2, (1.2)]
(1.2, 2.3)	→	((1.2), 2.3)	(1.2, (2.3))	((2.3), 1.2)	(2.3, (1.2))
(1.2, 2.3]	→	((1.2), 2.3]	(1.2, (2.3)]	((2.3), 1.2]	(2.3, (1.2)]
[1.2, 2.3)	→	[(1.2), 2.3)	[1.2, (2.3))	[(2.3), 1.2)	[2.3, (1.2))
[1.2, 2.3]	→	[(1.2), 2.3]	[1.2, (2.3)]	[(2.3), 1.2]	[2.3, (1.2)]
(1.3, 2.1)	→	((1.3), 2.1)	(1.3, (2.1))	((2.1), 1.3)	(2.1, (1.3))
(1.3, 2.1]	→	((1.3), 2.1]	(1.3, (2.1)]	((2.1), 1.3]	(2.1, (1.3)]
[1.3, 2.1)	→	[(1.3), 2.1)	[1.3, (2.1))	[(2.1), 1.3)	[2.1, (1.3))
[1.3, 2.1]	→	[(1.3), 2.1]	[1.3, (2.1)]	[(2.1), 1.3]	[2.1, (1.3)]
(1.3, 2.2)	→	((1.3), 2.2)	(1.3, (2.2))	((2.2), 1.3)	(2.2, (1.3))
(1.3, 2.2]	→	((1.3), 2.2]	(1.3, (2.2)]	((2.2), 1.3]	(2.2, (1.3)]
[1.3, 2.2)	→	[(1.3), 2.2)	[1.3, (2.2))	[(2.2), 1.3)	[2.2, (1.3))
[1.3, 2.2]	→	[(1.3), 2.2]	[1.3, (2.2)]	[(2.2), 1.3]	[2.2, (1.3)]
(1.3, 2.3)	→	((1.3), 2.3)	(1.3, (2.3))	((2.3), 1.3)	(2.3, (1.3))
(1.3, 2.3]	→	((1.3), 2.3]	(1.3, (2.3)]	((2.3), 1.3]	(2.3, (1.3)]
[1.3, 2.3)	→	[(1.3), 2.3)	[1.3, (2.3))	[(2.3), 1.3)	[2.3, (1.3))
[1.3, 2.3]	→	[(1.3), 2.3]	[1.3, (2.3)]	[(2.3), 1.3]	[2.3, (1.3)].

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Klaus, Georg, Semiotik. Berlin (DDR) 1962, 4. Aufl. München 1973

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Was und wie repräsentieren semiotische Trichotomien? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

13.3.2019